www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://t.me/riazisara (@riazisara)

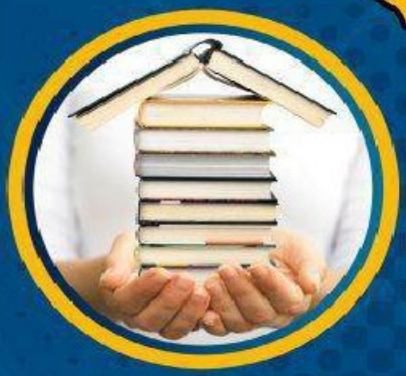
یک انتخاب
کاملا منطقی

@mehrpouyan_official

گروه آموزشی

مهندس مهرپویان

دهم یازدهم کنکور



- نکته - تست - آزمون
- بررسی کامل دروس ریاضی و فیزیک و شیمی و زیست
- مشاوره و برنامه ریزی تحصیلی
- نکات انگیزشی
- و...

پدیده یا آزمایش تصادفی: اندیشه‌ی

اگر از نتیجه‌ی کاری که (آزمایشی که) انجام می‌دهیم دقیقاً مطلع نباشیم اما تمام حالت‌های ممکن را بدانیم به آن پدیده یا آزمایش تصادفی می‌گویند

فضای نمونه (S): تمام حالت‌هایی که یک پدیده‌ی تصادفی می‌تواند اتفاق بیفتد را فضای نمونه گویند و آن را با S نشان می‌دهند.

مثلاً فضای نمونه‌ی پرتاب یک تاس برابر است با: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

فضای نمونه‌ی یک سکه برابر است با: $S = \{$ پ و ر $\}$

فضای نمونه‌ی نمونه‌ی که می‌خواهد متولد شود: $S = \{$ پ و د $\}$

و ...

TANDIS

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

پیشامد تصادفی: هر زیرمجموعه از فضای نمونه را یک پیشامد تصادفی گویند و آن را با A یا B یا C یا ... نشان میدهند.

مثلاً در پرتاب یک تاس پیشامد آنکه عدد ظاهر شده زوج باشد $A=\{2,4,6\}$

مثال: دو سکه را باهم پرتاب میکنیم:

سکه اول — سکه دوم

الف) فضای نمونه را مشخص نمایید؟ $S=\{(ر,پ),(ر,ر),(پ,ر),(پ,پ)\}$

ب) پیشامد A که در آن سکه اول پشت آمده باشد؟ $A=\{(ر,پ),(پ,پ)\}$

ج) پیشامد B که در آن سکه‌ها شبیه هم آمده باشند؟ $B=\{(ر,ر),(پ,پ)\}$

۲ تاس را باهم میاندازیم

الف) فضای نمونه‌ای این پدیده تصادفی را بنویسید؟

$S=\{(1,1)(1,2),\ldots(1,6),(2,1),(2,2),\ldots(2,6),(3,1)\ldots(3,6)$

$(4,1)\ldots(4,6),\ldots(5,1),\ldots(5,6)\ldots(6,1),\ldots(6,6)\}$

ب) پیشامد A که در آن اعداد رو شده یکسان باشد و تعداد آن را مشخص نمایید؟

$A=\{(1,1)(2,2)\ldots(6,6)\}$ $\quad n(A)=6$ (تعداد)

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

Subject:
Year: Month: Day: ( )

$n(B)=۳$

ج) پیشامد B که مجموع ۲ عدد ظاهر شده ۴ باشد؟ $B=\{(۱,۳),(۳,۱),(۲,۲)\}$

گفتیم زمانی که یک سکه را پرتاب میکنیم تعداد فضای نمونه برابر است با $n(S)=۲$

ولی زمانی که ۲ سکه را پرتاب میکنیم $n(S)=۲^۲$

زمانی که ۵ سکه را باهم پرتاب میکنیم تعداد فضای نمونه $n(S)=۲^۵$

یعنی در پرتاب n سکه داریم $n(S)=۲^n$

در پرتاب همزمان n تاس تعداد فضای نمونه $n(S)=۶^n$

تعداد فضای نمونه در n فرزند برابر است با ۲^n

اگر ۳ سکه و ۲ تاس داشته باشیم تعداد فضای نمونه برابر است با $۶^۲ \times ۲^۳ = ۲۸۸$

یعنی تعداد حالت ها را جدا حساب کرده و سپس در هم × میشاسیم.

فرض کنیم یک تاس و یک سکه را باهم بیندازیم

الف) همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسید؟ $S=\{(۱,ر),(۲,ر),(۶,ر),(۱,پ),(۲,پ),(۶,پ)\}$

ب) تعداد حالت‌های ممکن را با استفاده از اصل ضرب بنویسید؟ $n(S)=۲\times۶=۱۲$

۲ سکه ۶ تاس

Subject:
Year: Month: Day: ( )

فرض کنید خانواده‌ای دارای ۴ فرزند باشد.

الف) فضای نمونه‌ی تعداد فرزندان را بنویسید؟ و تعداد آن را مشخص نمایید؟ $n(S) = 2^4 = 16$

ب) پیشامد A که دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد؟

$A = \{(د, پ, پ, پ), (پ, د, پ, پ), (پ, پ, د, پ), (پ, پ, پ, د)\}$

ج) پیشامد B که در آن حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد؟

$B = \{(پ, پ, پ, پ), (د, پ, پ, پ), (پ, د, پ, پ), (پ, پ, د, پ), (پ, پ, پ, د)\}$

یعنی اینکه یک دختر باشد و ۳ پسر یا اینکه هر ۴ فرزند پسر باشند.

د) پیشامد C که در آن تعداد فرزندان دختر و پسر برابر باشد؟ ۲ پسر ۲ دختر

$C = \{(د, د, پ, پ), (د, پ, د, پ), (د, پ, پ, د), (پ, د, د, پ), (پ, د, پ, د), (پ, پ, د, د)\}$

ه) پیشامد D که در آن تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد؟

$D = \{(پ, پ, پ, د), (پ, پ, د, پ), (پ, د, پ, پ), (د, پ, پ, پ)\}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

Subject:
Year: Month: Day: ( )

در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی آبی وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف از این جعبه خارج شود:

۳ مهره قرمز
۲ مهره‌ی آبی
خارج ← ۳ مهره

الف) تعداد حالات ممکن که در آن ۲ مهره قرمز و یک مهره آبی باشد را بدست آورید؟

$$\binom{3}{2}_{\text{قرمز}} \times \binom{2}{1}_{\text{آبی}} = 6$$

ب) تعداد حالت اینکه هر ۳ مهره قرمز باشد؟ $\binom{3}{3} = 1$

ج) که در آن حداقل یک مهره آبی وجود داشته باشد؟ یعنی اینکه یا یک آبی باشد یا ۲ آبی باشد؟ بیشتر نیست

$$\binom{2}{1}\binom{3}{2} + \binom{2}{2}\binom{3}{1} = 6 + 3 = 9$$

د) چند حالت وجود دارد که در آن حداکثر یک مهره آبی وجود داشته باشد؟ یا آبی یعنی نباشد

$$\binom{2}{1}\binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 6 + 1 = 7$$

TANDIS

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

نمودار ون: اگر S فضای نمونه باشد و A و B دو پیشامد در این فضا نمونه باشند داریم:

$A \cup B$ $\quad$ $A - B$ $\quad$ $B - A$ $\quad$ A' $\quad$ $A \cap B$

$A \cup B =$ حداقل یکی از این ۲ اتفاق بیفتد (یا A یا B و یا هر دو اتفاق بیفتد)

$A - B =$ A باشد ولی B نباشد

$B - A =$ B باشد ولی در A نباشد

$A' =$ متمم در A نباشد

$A \cap B =$ هر دو با هم اتفاق بیفتد

دو پیشامد ناسازگار: اگر A و B هیچ گونه اشتراکی با هم نداشته باشند A و B را نسبت به هم ناسازگار گویند

برای اینکه A و B و C ۳ پیشامد دو به دو ناسازگار باشند باید داشته باشیم

$A \cap B = \emptyset$ $\quad$ $A \cap C = \emptyset$ $\quad$ $B \cap C = \emptyset$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا TANDIS

(۸)

۲ تاس را با هم پرتاب میکنیم:

الف) پیشامد A که در آن هر دو تاس فرد و مجموع آنها ۶ باشد؟ $A=\{(1,5)-(5,1)-(3,3)\}$

ب) پیشامد B که در آن هر دو تاس فرد باشد یا مجموع آنها برابر ۶؟

$B=\{(1,3)-(1,1)-(1,5)-(3,1)-(3,3)-(3,5),(5,1),(5,3),(5,5)$

$(1,5)(5,1)-(3,3)-(2,4)-(4,2)\}$

ج) آیا دو پیشامد A و B ناسازگار هستند؟ ناسازگار نیست، زیرا A و B اشتراک دارد. (سازگار)

د) پیشامد B-A را بدست آورید؟ $B=\{(1,1)-(1,3)-(3,1)-(3,5)-(5,3)-(5,5)$
$(2,4)-(4,2)\}$

ه) پیشامد D که در آن مجموع ۲ تاس برابر ۷ شود و پیشامد E که هر دو تاس زوج باشند را بنویسید و مشخص کنید که آیا پیشامدهای D و E با یکدیگر ناسازگار هستند یا نه؟

$D=\{(1,6)(6,1)(2,5)(5,2)(4,3)(3,4)\}$

$E=\{(2,2),(4,4),(2,4),(4,2),(4,6),(6,2),(6,4),(6,6)\}$

$D\cap E=\emptyset$ ناسازگار است

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

احتمال: اگر تعداد فضای نمونه را با $n(S)$ و تعداد پیامد A را با $n(A)$ نشان دهیم احتمال

وقوع A برابر است با: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ ← احتمال A

تعداد اعضای A ← $n(A)$

تعداد اعضای فضای نمونه ← $n(S)$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{تعداد مطلوب}}{\text{تعداد کل}}$

دقت نمایید که $P(A)$ همیشه بین ۰ و ۱ میباشد. یعنی امکان ندارد که در سوالی جواب احتمال عدد ۲ شود.

مثال: ۲ تاس را باهم پرتاب میکنیم چقدر احتمال دارد که مجموع دو عدد ظاهر شده یکسان باشد؟

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

$n(S)=6^2=36$

$n(A)=6$

$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

در کیسه‌ای ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه وجود دارد ۲ مهره به تصادف خارج میکنیم چقدر احتمال دارد:

۴ مهره سفید
۳ مهره سیاه
$\xrightarrow{\text{۲ خارج}}$

زمانیکه در سوالی کسر احتمال داشته باشد یعنی باید در مخرج عددی نوشته شود

الف) هر ۲ مهره هم رنگ باشد؟

$n(S)=\binom{7}{2}=\frac{7\times 6}{2}=21$

$n(A)=\binom{4}{2}+\binom{3}{2}=6+3=9$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$

$n(S)=21$

احتمال اینکه مهره‌ها هم رنگ نباشند؟

$n(B)=\binom{4}{1}\times\binom{3}{1}=12$

$P(B)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۲ تاس را بهم می‌اندازیم چقدر احتمال دارد که:

الف) مجموع دو تاس برابر ۵ شود؟

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$

$n(S) = ۶^۲ = ۳۶$

$A = \{(۱,۴)(۴,۱)(۳,۲)(۲,۳)\} \longrightarrow n(A) = ۴$

ب) مجموع ۲ عدد رو شده کمتر از ۵ باشد؟ ۱ یا ۴ و یا ۳ و یا ۲ ← یعنی مجموع

$B = \{\overbrace{(۱,۳)(۳,۱)(۲,۲)}^{\text{برای ۳}} - \overbrace{(۲,۱)(۱,۲)}^{\text{برای ۲}} - \overbrace{(۱,۱)}^{\text{برای ۲}}\} = n(B) = ۶$ حالت

$P(A) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$

ج) مجموع اعداد رو شده کمتر از ۱۱ باشد؟ چون تعداد حالت ها بسیار زیاد است نمی‌توانیم از روش

قسم استفاده بنمائیم. یعنی می‌گوییم تعداد کل - تعدادی که مجموع آن ۱۱ و یا بیشتر از آن است.

تعداد کل - تعداد بیشتر از ۱۱ = تعداد = ۳۶ - ۳ = ۳۳

$\{(۶,۵)(۵,۶)(۶,۶)\}$

$P(C) = \frac{۳۳}{۳۶} = \frac{۱۱}{۱۲}$

د) مجموع دو تاس ۷ یا ۲ زوج باشد؟

$P(H) = \frac{n(H)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۵}{۱۲}$

$A\{(۳,۴)(۴,۳)(۵,۲)(۲,۵)(۶,۱)(۱,۶)\}$

$B: \{(۲,۲)(۲,۴)(۲,۶)(۴,۲)(۴,۴)(۴,۶)(۶,۲)(۶,۴)(۶,۶)\}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$S: \{$

یعنی مهم چیدن پشت سر هم

اگر صفحه کلمه‌ی همان کلاس را به تصادف کنار هم قرار دهیم چقدر احتمال دارد؟

$n(S)=8!$ $\quad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{7!}{8!}=\frac{\cancel{7!}}{8\times\cancel{7!}}=\frac{1}{8}$ تعداد حالت‌های آخر باشد؟

$n(A)=7!$

S _ _ _ _ _ _ _

ب) با حرف ج شروع شود و به حرف ی ختم شود؟ $\frac{6!}{8!}=\frac{6!}{8\times7\times6!}=\frac{1}{56}$

$n(S)=8!$

$n(B)=6!$

S _ _ _ _ _ _ ج

ج) حرف کلمه‌ها در کنار هم قرار گیرند؟ $\frac{5!\times4!}{8!}=\frac{\cancel{5!}\times\cancel{4!}}{\cancel{8}\times7\times\cancel{6}\times\cancel{5!}}=\frac{1}{14}$

$n(S)=8!$

$n(B)=4!$

_ _ _ _ ن ا ل ه ج

ج ه ا ن گردی $4!$ $5!\times4!$

$5!$

ص ۱۵۰ سوال ۱:

الف) $S=\{2,4,6,8,10\}$

ب) یعنی می‌خواهید تعداد زیرمجموعه‌های این مجموعه چند تا می‌باشد با توجه به اینکه مجموعه دارای ۵ عضو است

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌ها برابر است با $2^5=32$

پ) $A=\{4,8\}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

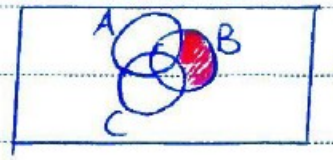
Subject:

Year: Month: Day: ( )

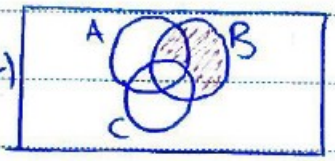
سوال ۲:

الف

ب)



پ)



سوال ۳:

الف) $S=\{1,2,\ldots\ldots,8\}$

$A=\{2,4,6,8\}$

ب) $B=\{2,3,5,7\}$

پ) $C=\{3,4,5,6,7,8\}$

سوال ۴: مهم امتحانی

الف) $S=\{(ر,ر,ر)(ر,ر,پ)(ر,پ,ر)(ر,پ,پ)(پ,ر,ر)(پ,ر,پ)(پ,پ,ر)(پ,پ,پ)\}$

$n(S)=2^3=8$

سوال ۵: مهم امتحانی

$\xrightarrow[\text{بیندازیم}]{\text{تاس}}$ پ $(پ,1)(پ,2)(پ,3)(پ,4)(پ,5)(پ,6)$

الف) ر $\longrightarrow$ ۲ سکه $\longrightarrow$ $(ر,ر,ر)(ر,ر,پ)(ر,پ,ر)(ر,پ,پ)(پ,ر,ر)(پ,ر,پ)(پ,پ,ر)(پ,پ,پ)$

$S=\{(پ,1)(پ,2)\ldots(پ,6)(ر,ر,ر)(پ,ر,ر)(ر,پ,ر)(ر,ر,پ)(پ,پ,ر)(پ,ر,پ)(ر,پ,پ)(پ,پ,پ)\}$

ب) $A=\{(پ,2)(پ,4)(پ,6)\}$

پ) $B=\{(ر,ر,ر)(پ,ر,ر)(ر,پ,ر)(ر,ر,پ)\}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

Subject: ..... Year: ..... Month: ..... Day: ..... ( )

سوال ۶ :

۳ ریاضی
۲ تجربی
$\xrightarrow{\text{۲ نفر}}$

الف) $n(S) = \binom{5}{2} = 10$

$n(A) = \binom{5}{2} = 10$ $\qquad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{10} = 1$

ب) $n(S) = \binom{5}{2} = 10$

$n(B) = \binom{3}{2} \times \binom{2}{2} = 4$

$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

ج) $n(S) = 10$

$n(C) = \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 6$

$\Rightarrow \frac{6}{10}$

☆ ضمیمه امتحانی ☆
☆ مهم امتحانی ☆

سوال ۸ :

الف) $n(S) = 7!$

$\underbrace{\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc}_{6!}\ \boxed{\bigcirc}\ 2!$

$n(A) \Rightarrow 6! \times 2!$ کنار هم بودن

((میتوان احتمال کنار هم بودن را بدست آورد و سپس متمم آن یعنی کنار هم نبودن را محاسبه نمود))

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6! \times 2!}{7!} = \frac{\cancel{6!} \times 2!}{\cancel{6} \times 7!} = \frac{2}{7}$

احتمال کنار هم نبودن $P(A') = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

ب) $n(S) = 7!$

$\underbrace{\bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc}_{5!} \times 2!$

$n(B) = 5! \times 2!$

۲ برادر را هم میتوانند جابجا کنند

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\cancel{5!} \times 2!}{7 \times \cancel{6}_{3} \times \cancel{5!}} = \frac{1}{21}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

یادآوری:

نکته مهم: $\boxed{P(A \cup B)} = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

احتمال اینکه حداقل یکی از A یا B اتفاق بیفتد — احتمال اینکه هر دو باهم اتفاق بیفتد

مثال: چنانچه $P(A) = ۰/۸$ و $P(B) = ۰/۶$ و $P(A \cap B) = ۰/۵$ در نتیجه $P(A \cup B)$ را بدست آورید؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۸ + ۰/۶ - ۰/۵ = ۰/۹$$

اگر $P(A) = ۰/۷$ و $P(B) = ۰/۶$ و $P(A \cup B) = ۰/۹۵$ باشد $P(A \cap B)$ را بدست آورید.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = ۰/۹۵ = \underbrace{۰/۷ + ۰/۶}_{۱/۳} - P(A \cap B) =$$

$$P(A \cap B) = ۱/۳ - ۰/۹۵ = ۰/۳۵$$

احتمال اینکه علی در امتحان ریاضی قبول شود ۰/۷ و احتمال اینکه در درس فیزیک قبول شود ۰/۵۵ می‌باشد. چنانچه بدانیم با احتمال ۰/۸ حداقل در یکی از این ۲ درس قبول می‌شود چقدر احتمال دارد که در هر دو درس قبول شود؟

$P(A) = ۰/۷$ قبولی ریاضی

$P(B) = ۰/۵۵$ در فیزیک

$۰/۸ = ۰/۷ + ۰/۵۵ = ۰/۴۵$

$P(A \cup B) = ۰/۸$

$P(A \cap B) = ۱/۲۵ - ۰/۸ = ۰/۴۵$

$P(A \cap B) = ?$

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

تعریف آمار: آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

تعریف علم آمار: مجموع روش‌هایی شامل اعداد و ارقام، سازمان‌دهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی

تعریف جامعه یا جمعیت: مجموعه افراد یا اشیایی که در باره یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد

عضو جامعه: هر یک از این افراد یا اشیاء را عضو جامعه می‌نامند.

تعریف اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه یا حجم جامعه می‌گویند

تعریف نمونه: بخشی از جامعه را که برای مطالعه انتخاب شود نمونه می‌گویند

عضو نمونه: هر یک از افراد یا اشیاء انتخاب شده را عضو نمونه گویند

تعریف اندازه یا حجم نمونه: تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه یا حجم نمونه گویند

TANDIS

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

متغیر

- کمی (با عدد بیان شود)
  - پیوسته = متغیری بین دو عدد را نشان بیان کند مثل وزن
  - گسسته = با یک عدد صحیح بیان شود مثل تعداد فرزندان یک خانواده
- کیفی
  - اسمی = ترتیبی نیست مثل جنسیت، (زن و مرد)
  - ترتیبی = نوع ترتیبی دارد مثل سطح تحصیلات

TANDIS

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا